

使用ユーザが変化する DS/CDMA システムにおける ベイズ最適なマルチユーザ検出について

Bayes Optimal Multi User Detection for DS/CDMA Systems with Time-Varying Group of Active Users

堀井 俊佑*
Shunsuke Horii

須子 統太*
Tota Suko

松嶋 敏泰*
Toshiyasu Matsushima

Abstract— In this paper we consider multiuser detection (MUD) scheme for direct sequence code division multiple access (DS/CDMA) systems. A change in group of active users in a mobile communication environment will degrade the performance of MUD if it cannot adapt quickly to take into account the new set of interference parameters. We propose an optimal MUD scheme with reference to the Bayes criterion in DS/CDMA systems which consider change in group of active users. Computer simulation is used to obtain the efficiency of this scheme.

Keywords— CDMA, multiuser detection, Bayesian decision theory, Time-Varying Group of Active Users

1 はじめに

CDMA 環境では、複数ユーザが同一の通信路を共有するため、すべてのユーザの情報ビットを同時に推定することで受信復調性能を向上できる。このような復調受信機をマルチユーザ受信機 (MUD) と呼ぶ [1]。移動体通信環境では使用するユーザの集合が変化し、MUD の性能に大きく影響を与えることがある [2]。使用ユーザの集合が変化する DS/CDMA システムに対する従来研究では、使用ユーザの集合を推定して一意に決定し、決定された使用ユーザの集合のもとで最適な MUD を構成している [2][3][4]。しかし、実際に使用しているユーザの集合と推定されたユーザの集合との間には誤差が生じるため、一般には推定されたユーザの集合に対して最適な MUD が、ビット誤り率等の目的関数を最良にするとは限らない。

本研究では、考えられるユーザの集合すべてについて事後確率でビット誤り率の期待値をとり、それを最小にする MUD を提案する。この方式は、統計的決定理論の立場からビット誤り率に対し、ベイズ基準のもとで最適な方式となっている。またシミュレーションにより従来研究との比較を行い提案方式の性能評価を行い、その有効性を示す。

2 準備

2.1 使用ユーザの変化について

本研究では、時間とともに使用ユーザの集合が変化する。最大で K 人が使用可能な CDMA システムを考える。一般性を失わず、ユーザ 1 は常に存在するものと仮定し、ユーザ 1 が送信した情報ビットを推定するものとする。今、 z_t^i を t 時点でユーザ i がシステムを利用していれば 1、そうでなければ 0 をとる変数とする。ユーザ 1 以外のユーザの存在を表すベクトルを $z_t = [z_t^2 \ \cdots \ z_t^K] \in \mathcal{Z}$ で表す。 z_t は状態数が 2^{K-1} のマルコフモデルにより表現される。以下、 z_t を状態と呼ぶ。本研究では、ユーザ 1 は状態遷移確率行列を知っているものと仮定する。この仮定は、各ユーザが使用を開始する確率・使用を終える確率を知っていると仮定することと同値である。

2.2 DS/CDMA システム

DS/CDMA システムの一般的な構造は図 1 のようになる。

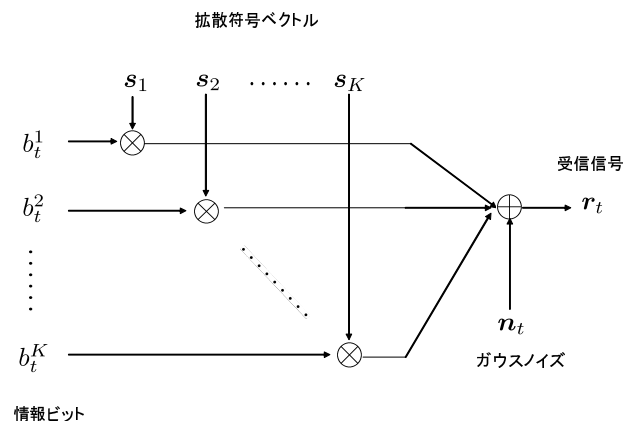


図 1: DS/CDMA システムの構成

単純化のための仮定として、すべてのユーザは互いに完全に同期したタイミングで通信を行っているものとする。ある時点 t に注目し、その時点においてユーザ i が情報ビット $b_t^i \in \{\pm 1\}$ を等確率で送信するものとする。情報ビットひとつ当たりの符号チップ数を N とおく。各ユーザの拡散符号を簡単のため、互いに独立な $\{-1, 1\}$

* 〒 169-8555 東京都新宿区大久保 3-4-1 早稲田大学理工学部経営システム工学科 Dept. of Industrial & Management Systems Engineering, School of Science and Engineering, Oookubo 3-4-1, Shinjyukuku, Tokyo, 169-8555 Japan. E-mail: horii@matsu.mgmt.waseda.ac.jp

のランダムビット列として扱う．ユーザ i の拡散符号ベクトルを $s_i = [s_{i1} \ \cdots \ s_{iN}]$ とする．DS/CDMA システムでは，各ユーザは情報ビットを拡散符号によって変調したものを搬送波変調を施して送信する．ユーザ i の信号電力を a_i とし，白色ガウス通信路を想定すると，受信側では搬送波復調の結果として，信号，

$$\mathbf{r}_t = a_1 b_t^1 \mathbf{s}_1 + \sum_{i=2}^K z_t^i a_i b_t^i \mathbf{s}_i + \sigma \mathbf{n}_t, \quad (1)$$

が受信される． $\mathbf{r}_t$ は N 次元のベクトルである．ここで， $\mathbf{n}_t$ は平均 0，共分散行列 $\mathbf{I}_N$ ($\mathbf{I}_N$ は $N \times N$ の単位行列) の正規分布に従う白色ガウス雑音ベクトルである．MUD に関する従来研究は，復調を行うユーザが持っている情報により以下のように分類することができる．

Case1 他ユーザの拡散符号・振幅が既知

Case2 他ユーザの拡散符号が既知，振幅が未知

Case3 他ユーザの拡散符号が未知，振幅が既知

Case4 他ユーザの拡散符号・振幅が未知

本研究では，特に Case1，Case2 の問題を扱う．

3 ベイズ基準に基づく最適な MUD

3.1 Case1 における最適な MUD

$\mathbf{r}_t$ に対する尤度関数は以下で与えられる．

$$P(\mathbf{r}_t | \mathbf{z}_t, \mathbf{b}_t) = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^N} \times \exp \left(-\frac{1}{2\sigma^2} \left\| \mathbf{r}_t - a_1 b_t^1 \mathbf{s}_1 - \sum_{i=2}^K z_t^i a_i b_t^i \mathbf{s}_i \right\|^2 \right). \quad (2)$$

ここで， $\|\cdot\|$ は二乗ノルムを表し， $\mathbf{b}_t = \{b_t^i\}$ である． t 時点でユーザ 1 が送信した情報ビット b_t^1 の推定方法として， $\mathbf{r}^t = \mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_t$ が与えられたもとでの推定値 $\hat{b}_t^1(\mathbf{r}^t)$ を求める問題を扱う．推定に対する損失を 0-1 損失として以下で定義する．

$$Loss = (b_t^1 - \hat{b}_t^1(\mathbf{r}^t)) = \begin{cases} 0 & \text{if } b_t^1 = \hat{b}_t^1(\mathbf{r}^t) \\ 1 & \text{if } b_t^1 \neq \hat{b}_t^1(\mathbf{r}^t). \end{cases} \quad (3)$$

この損失関数は実際に得られるデータに依存した値をとる．そのため，損失関数にデータの出現確率で期待値をとったものを危険関数として以下で定義する．

$$Risk = \int Loss \times P(\mathbf{r}^t | \mathbf{z}^t) d\mathbf{r}^t. \quad (4)$$

ここで， $\mathbf{z}^t = z_1, \dots, z_t$ であり，

$$P(\mathbf{r}^t | \mathbf{z}^t) = \prod_{j=1}^t P(\mathbf{r}_j | z_j), \quad (5)$$

$$P(\mathbf{r}_j | z_j) = \sum_{\mathbf{b}_j} P(\mathbf{r}_j | z_j, \mathbf{b}_j) P(\mathbf{b}_j), \quad (6)$$

である．この危険関数を最小にする $\hat{b}_t^1$ を求めたいが， $\mathbf{z}^t$ により危険関数を最小にする推定値は異なるため，任意の $\mathbf{z}^t$ について最小にする $\hat{b}_t^1$ は存在しない [5]．そこで危険関数を状態の系列 $\mathbf{z}^t$ の事前分布 $P(\mathbf{z}^t)$ で期待値をとったベイズリスクを以下で定義する．

$$BR = \sum_{\mathbf{z}^t} (Risk \times P(\mathbf{z}^t)). \quad (7)$$

ベイズ基準のもとで最適な推定はこのベイズリスクを最小にする推定を行うものである．本研究におけるベイズ最適な推定値は次式で表される．

$$\hat{b}_t^{1*} = \arg \max_{b_t^1 \in \{\pm 1\}} P(b_t^1 | \mathbf{r}^t). \quad (8)$$

ここで，

$$P(b_t^1 | \mathbf{r}^t) = \sum_{\mathbf{z}^t} P(b_t^1 | \mathbf{z}_t, \mathbf{r}^t) P(\mathbf{z}_t | \mathbf{r}^t), \quad (9)$$

である．

3.2 Case2 における最適な MUD

尤度関数 $P(\mathbf{r}^t | \mathbf{z}^t, \mathbf{b}_t, \mathbf{a})$ は以下で与えられる．

$$P(\mathbf{r}^t | \mathbf{z}^t, \mathbf{b}_t, \mathbf{a}) = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^N} \times \exp \left(-\frac{1}{2\sigma^2} \left\| \mathbf{r}_t - a_1 b_t^1 \mathbf{s}_1 - \sum_{i=2}^K z_t^i a_i b_t^i \mathbf{s}_i \right\|^2 \right). \quad (10)$$

他ユーザの振幅が未知の場合も，既知の場合同様に危険関数・ベイズリスクを以下のように定義する．

$$Risk = \int Loss \times P(\mathbf{r}^t | \mathbf{z}^t, \mathbf{a}) d\mathbf{r}^t, \quad (11)$$

$$BR = \sum_{\mathbf{z}^t} \int Risk \times P(\mathbf{a} | \mathbf{z}^t) P(\mathbf{z}^t) d\mathbf{a}. \quad (12)$$

ここで，

$$P(\mathbf{r}^t | \mathbf{z}^t, \mathbf{a}) = \sum_{\mathbf{b}_t} P(\mathbf{r}^t | \mathbf{z}^t, \mathbf{b}_t, \mathbf{a}) P(\mathbf{b}_t). \quad (13)$$

である．ベイズリスクを最小にする推定値は以下で与えられる．

$$\hat{b}_t^{1*} = \arg \max_{b_t^1 \in \{\pm 1\}} P(b_t^1 | \mathbf{r}^t). \quad (14)$$

この時，

$$\begin{aligned} P(b_t^1 | \mathbf{r}^t) &= \sum_{\mathbf{z}^t} P(\mathbf{z}^t | \mathbf{r}^t) P(b_t^1 | \mathbf{z}^t, \mathbf{r}^t) \\ &= \sum_{\mathbf{z}^t} P(\mathbf{z}^t | \mathbf{r}^t) \int P(b_t^1 | \mathbf{z}_t, \mathbf{r}_t, \mathbf{a}) P(\mathbf{a} | \mathbf{z}^t, \mathbf{r}^t) d\mathbf{a}, \end{aligned} \quad (15)$$

である．(15) 式のうち， z^t の事後確率を表す $P(z^t|r^t)$ は，

$$\begin{aligned} P(z^t|r^t) &\propto P(z^t)P(r^t|z^t) \\ &= P(z^t) \int P(r^t|z^t, a)P(a|z^t)da, \end{aligned} \quad (16)$$

により求められ，状態 z^t のもとでの b_t^1 の事後確率を表す $P(b_t^1|z^t, r^t)$ は，

$$\begin{aligned} P(b_t^1|z^t, r^t) &= \int P(b_t^1|z_t, r_t, a)P(a|z^t, r^t)da \\ &= \int \sum_{b_t^2 \dots b_t^K} P(b_t^1, b_t^2, \dots, b_t^K|z_t, r_t, a)P(a|z^t, r^t)da \\ &\propto \sum_{b_t^2 \dots b_t^K} \int P(r_t|b_t^1, b_t^2, \dots, b_t^K, z_t, a)P(a|z^t, r^t)da, \end{aligned} \quad (17)$$

とすることで求めることができる．

3.3 Case1 におけるアルゴリズム

今回は受信信号を観測シンボルとした隠れマルコフモデルを考え，隠れマルコフモデルにおける逐次的アルゴリズムを用いる．まず観測した受信信号と，1 時点前までのデータによって計算した状態の事前確率をもとに状態の事後確率を求める．そして，その状態のもとでユーザ 1 の情報ビットの事後確率を計算する．この値を全ての状態について事後確率で重みをとることで，ビット誤り率の期待値を計算できる．Case1 におけるアルゴリズムの詳細を以下に示す．

Case1 におけるベイズ最適な推定アルゴリズム

step1:

初期分布 $P(z_0)$ が全ての状態に対して与えられる．

step2:

現在を t 期とすると， z_t の事後確率はベイズの定理より，以下のように計算できる．

$$P(z_t|r^t) = \frac{P(r_t|z_t)P(z_t|r_1^{t-1})}{\sum_{z_t \in \mathcal{Z}} P(r_t|z_t)P(z_t|r_1^{t-1})}. \quad (18)$$

ここで， $P(r_t|z_t)$ は以下で与えられる．

$$P(r_t|z_t) = \sum_{b_t} P(r_t|z_t, b_t)P(b_t|z_t). \quad (19)$$

step3:

状態 z_t の元での b_t^1 の事後確率 $P(b_t^1|z_t, r^t)$ を求める．

$$P(b_t^1|z_t, r^t) = \sum_{b_t^2, \dots, b_t^K} P(b_t^1, b_t^2, \dots, b_t^K|z_t, r^t). \quad (20)$$

step4:

b_t^1 の事後確率 $P(b_t^1|r^t)$ を求め， b_t^1 の推定を行う．

$$P(b_t^1|r^t) = \sum_{z_t} P(b_t^1|z_t, r^t)P(z_t|r^t), \quad (21)$$

$$\hat{b}_t^{1*} = \arg \max_{b_t^1} P(b_t^1|r^t). \quad (22)$$

step5:

r^t を観測したもとでの状態 z_{t+1} の事後確率を求める．

$$P(z_{t+1}|r^t) = \sum_{z_t} P(z_{t+1}|z_t)P(z_t|r^t). \quad (23)$$

$t+1$ 時点の情報ビット推定に移る (t を $t+1$ にして step2 に戻る)．

上記のアルゴリズムを，各時点で繰り返すことが，各時点においてビット誤り率の期待値を最小化する目的に対し，ベイズ基準のもとで最適となっている．

4 シミュレーション

4.1 シミュレーション目的

Case1 において，ベイズ最適な推定法と従来の推定法の性能をシミュレーションにより比較する．ユーザ数が変化するモデルに対する MUD に関する研究として，

- 状態の事後確率を計算し，現在の状態を一意に決定する [3]．
- 各時点で得られる受信信号から，状態の尤度を計算し，尤度比検定により現在の状態を一意に決定する [4]．

が挙げられる．これらの研究はすべて，何らかの基準のもとで状態を推定し，推定された状態のもとで MUD を構成している．これらの文献ではアルゴリズムの評価を状態推定の誤り確率や，状態変化の検出遅れにより行っている．そのため，提案法と従来研究を直接比較するのは難しい．そこで本研究では，事後確率最大の状態を現在の状態とし，そのもとで b_1 の事後確率を求めるアルゴリズム (以下，状態推定方式と呼ぶ) と比較を行う．また限界の指標として，使用しているユーザの集合を知ったもとで b_1 の事後確率を求めるアルゴリズムとの比較を行う．

両方式の基準を以下に整理し，その違いを明確にする．

(a) 状態推定方式：状態を推定することに関して最適化する．

$$\hat{b}_t^1 = \arg \max_{b_t^1} P(b_t^1|z_t^*), z_t^* = \arg \max_{z_t} P(z_t|r^t). \quad (24)$$

(b) 提案方式：ビット誤り率について最適化する．

$$\hat{b}_t^1 = \arg \max_{b_t^1} [P(b_t^1|z_t)P(z_t|r^t)]. \quad (25)$$

状態推定方式のアルゴリズムは、提案方式と同様に、各状態にいる事後確率を逐次的に更新していき、各時点で事後確率が最大の状態のもとで、情報ビットの事後確率を計算する方式である。これは、その時点にいる状態がどの状態であるかを一意に推定するという目的に対して最適な推定となっている。一方提案方式は、ビット誤り率を最小化するという目的に対して最適な推定方式である。どちらも、すべての状態の事後確率を計算するため、計算量のオーダーは同じである。

4.2 シミュレーション条件

- 拡散符号の長さ: $N = 21$
- 各ユーザの振幅: $a_1 = 1, a_i = 2, i \neq 1$
- 各ユーザが使用を開始・終了する確率 ($i = 2, \dots, K$):

$$P(z_{t+1}^i = 1 | z_t^i = 0) = P(z_{t+1}^i = 0 | z_t^i = 1) = 0.8$$
- 観測期間: $t = 1 \sim 512$
- 実験回数: 1000 回

4.3 結果

最大使用可能人数が $K = 3$ の場合と、 $K = 5$ の場合について実験結果を示す。

表 1: $K = 3$ の場合

E_b/N_0	3	4	5
状態既知	0.056719	0.030293	0.017490
提案方式	0.061797	0.034434	0.020030
状態推定方式	0.063047	0.034746	0.020186

表 2: $K = 5$ の場合

E_b/N_0	3	4	5
状態既知	0.121273	0.073500	0.054305
提案方式	0.139125	0.089891	0.060938
状態推定方式	0.139641	0.090500	0.061219

5 考察

提案方式が、ビット誤り率を最小化する目的に対し、ベイズ基準のもとで理論的に最適であることは明らかであるが、実験結果を見ても、それを確認することが出来る。しかし、全ての実験で提案方式と状態推定方式の差は小さい。これは、各時点で全状態の事後確率を計算した時に、ある 1 つの状態の事後確率が、他の状態の事後確率に比べて極端に大きくなるのが原因であると考えられる。これにより、(25) 式のように全ての状態について事後確率で重み付けを行っても、事後確率最大の状態のみが寄与してくるため、事後確率最大の状態を推定した場合との差が殆ど無くなり、情報ビットの推定結果に違いが出てこなくなるものと考えられる。1 つの状態の

事後確率のみが大きくなる原因として、Case1 では未知パラメータが無いため、状態の推定が行いやすい環境になっていることが考えられる。

6 まとめ

使用ユーザの集合が時点により変化する DS/CDMA システムにおいて、ベイズ基準のもとで最適な MUD を提案した。提案方式は従来の推定方式と比較して、同程度の計算量でより小さいビット誤り率を達成する。今回は Case1 でシミュレーションを行い、両者の差は殆ど無かった。しかし、Case2 や他の Case では全ての状態で重みをとる場合と、状態を 1 つに推定する場合の差が出てくると考えられる。Case2 において、ベイズ最適なアルゴリズムを構成するためには、振幅の事後分布の計算を行なう必要性から、計算量が増加する。そこで、今後の課題として提案方式の計算量削減が挙げられる。本研究より、重み付けに寄与する状態の数は少ない (他の状態に比べて事後確率の高い状態が少数存在する) ことが予想されるため、計算量削減方法として、事後確率の大きい状態を上手く見つけることができれば、全ての状態の重み付けをしなくてもベイズ最適に近い推定が可能になると予測される。

謝辞

本研究を行うにあたり、数多くの御助言、御支援を賜りました松嶋研究室、平澤研究室の各氏に感謝致します。なお、本研究の一部は日本学術振興会科学研究費基盤 (C) 一般 (No.15560338) の援助による。

文献

- [1] 丸林元, 中川正雄, 河野隆二, "スペクトル拡散通信とその応用," コロナ社, 1998.
- [2] T. Oskiper and H.V. Poor, "On line activity detection in a multiuser environment using the matrix CUSUM algorithm," IEEE Trans. Inf.Theory, Vol.48, No.2, pp.477-491, 2002.
- [3] T.N. BUI, V. Krishnamurthy and H.V. Poor, "Online Bayesian Activity Detection in DS/CDMA Networks," IEEE Trans. Signal Processing, Vol.53, NO.1, pp.371-375, 2005.
- [4] K.W. Halford and M.B. Pearce, "New-User Identification in a CDMA System," IEEE Trans. Communication, Vol.46, N.1, pp.144-155, 1998.
- [5] J.O. Berger, "Statistical Decision Theory and Bayesian Analysis," Springer, 1985.